नं. 1

संजीव®

बुक्स

गणित-X

(कक्षा 10 के विद्यार्थियों के लिए)

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान के विद्यार्थियों के लिए

पूर्णतः नवीनतम पाठ्यक्रमानुसार

- माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2025 के प्रश्न-पत्र का समावेश
- पाठ्यपुस्तक के सभी अभ्यास प्रश्नों का हल
- शिक्षा विभाग, राजस्थान द्वारा जारी प्रश्न बैंक के प्रश्नों का हल सहित समावेश
- सभी प्रकार के अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नों का समावेश
- योग्य एवं अनुभवी लेखकों द्वारा लिखित

2026

संजीव प्रकाशन,

जयपुर

मूल्य : ₹ 280/-

प्रकाशक :
संजीव प्रकाशन
धामाणी मार्केट, चौड़ा रास्ता,
जयपुर-3
email : sanjeevprakashanjaipur@gmail.com
website : www.sanjivprakashan.com

© प्रकाशकाधीन

मूल्य : ₹ 280.00

लेजर टाइपसैटिंग :
संजीव प्रकाशन (D.T.P. Department), जयपुर

मुद्रक :
मनोहर आर्ट प्रिन्टर्स, जयपुर

★ ★ ★ ★ ★ ★

❖ इस पुस्तक में त्रुटियों को दूर करने के लिए हर संभव प्रयास किया गया है। किसी भी त्रुटि के पाये जाने पर अथवा किसी भी तरह के सुझाव के लिए आप हमें निम्न पते पर email या पत्र भेजकर सूचित कर सकते हैं—
email : sanjeevprakashanjaipur@gmail.com
पता : प्रकाशन विभाग
संजीव प्रकाशन
धामाणी मार्केट, चौड़ा रास्ता, जयपुर
आपके द्वारा भेजे गये सुझावों से अगला संस्करण और बेहतर हो सकेगा।

❖ इस पुस्तक में प्रकाशित किसी त्रुटि के प्रति तथा इससे होने वाली किसी भी क्षति के लिए लेखक, प्रकाशक, संपादक तथा मुद्रक किसी भी रूप में जिम्मेदार नहीं हैं। ध्यान रखें कि आप उक्त शर्तें मानते हुए ही यह पुस्तक खरीद रहे हैं।

❖ सभी प्रकार के विवादों का न्यायिक क्षेत्र 'जयपुर' होगा।

विषय-सूची

1.	वास्तविक संख्याएँ	1 - 12
2.	बहुपद	13 - 27
3.	दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म	28 - 56
4.	द्विघात समीकरण	57 - 76
5.	समान्तर श्रेढ़ियाँ	77 - 115
6.	त्रिभुज	116 - 142
7.	निर्देशांक ज्यामिति	143 - 169
8.	त्रिकोणमिति का परिचय	170 - 201
9.	त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग	202 - 227
10.	वृत्त	228 - 247
11.	वृत्तों से सम्बन्धित क्षेत्रफल	248 - 263
12.	पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन	264 - 287
13.	सांख्यिकी	288 - 326
14.	प्रायिकता	327 - 348
	परिशिष्ट-1 गणितीय उपपत्तियाँ	349 - 356
	परिशिष्ट-2 गणितीय निदर्शन	357 - 359

माध्यमिक परीक्षा, 2025

गणित
(MATHEMATICS)

समय : 3 घण्टे 15 मिनट **पूर्णांक : 80**

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :
General Instructions to the Examinees :

1. परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें।
2. **सभी** प्रश्न हल करने अनिवार्य हैं।
3. प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।
4. जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें।
5. प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपान्तर में किसी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें।
6. प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।
7. प्रश्न क्रमांक **14** से **20** तक में आन्तरिक विकल्प हैं।
8. अपनी उत्तर-पुस्तिका के पृष्ठों के दोनों ओर लिखिए। यदि कोई रफ़ कार्य करना हो, तो उत्तर-पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठों पर करें और इन्हें तिरछी लाइनों से काटकर उन पर 'रफ़ कार्य' लिख दें।

खण्ड-अ (SECTION-A)

बहुविकल्पीय प्रश्न एवं अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न :
(Multiple Choice Questions and Very Short Answer Type Questions) :

1. **निम्न बहुविकल्पीय प्रश्न (i से xviii) के उत्तर का सही विकल्प चयन कर उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।**
(Choose the correct option to answer the following multiple choice questions (i to xviii) and write in the answer-book.)

(i) 400 के अभाज्य गुणनखण्डों की घातों का योगफल है— 1
(अ) 4 (ब) 9 (स) 6 (द) 8

(ii) यदि बहुपद $2x^2 + x + k$ का एक शून्यक 3 है, तो k का मान होगा— 1
(अ) -12 (ब) 21 (स) -21 (द) 12

(iii) एक दो अंकों की संख्या में इकाई का अंक x व दहाई का अंक y है, तो वह संख्या है— 1
(अ) $(10x + y)$ (ब) $(10y + x)$ (स) $(x + y)$ (द) $10xy$

(iv) यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ हो एवं $AB = 10$ सेमी, $DE = 8$ सेमी हो, तो $BC : EF$ है— 1
(अ) 8 : 18 (ब) 4 : 5 (स) 9 : 4 (द) 5 : 4

(v) मूल बिन्दु O (0, 0) से बिन्दु P (–3, 4) की दूरी है— 1
(अ) 5 (ब) $\sqrt{7}$ (स) 7 (द) 1

(vi) $\operatorname{cosec}^2 45° - \cot^2 45°$ बराबर है— 1
(अ) $\sqrt{2}$ (ब) 1 (स) 0 (द) $2\sqrt{2}$

(vii) एक उर्ध्वाधर खम्भे की परछाई, खम्भे की ऊँचाई के बराबर है, तो सूर्य का उन्नयन कोण है— 1
(अ) 60° (ब) 30° (स) 90° (द) 45°

(viii) एक बिन्दु P से एक वृत्त पर स्पर्श रेखा की लम्बाई 24 सेमी तथा P की केन्द्र से दूरी 25 सेमी है। वृत्त की त्रिज्या है— 1
(अ) 7 सेमी (ब) 14 सेमी (स) 3.5 सेमी (द) 1 सेमी

(ix) एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है, उस वृत्त के एक चतुर्थांश का क्षेत्रफल है— 1
(अ) 38.5 सेमी^{2} (ब) 77 सेमी^{2} (स) 154 सेमी^{2} (द) 44 सेमी^{2}

(x) यदि एक शंकु की त्रिज्या 14 सेमी तथा तिर्यक् ऊँचाई 10 सेमी है, तो शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल है— 1
(अ) 220 सेमी^{2} (ब) 110 सेमी^{2} (स) 440 सेमी^{2} (द) 140 सेमी^{2}

(xi) निम्नलिखित में से कौन-सी संख्या किसी घटना की प्रायिकता नहीं हो सकती? 1

(अ) $\frac{2}{3}$ (ब) $\frac{3}{2}$ (स) 0.7 (द) 0.5

(xii) यदि दो परिमेय संख्याओं के लिये HCF = LCM, तो संख्याएँ हमेशा होनी चाहिए— 1

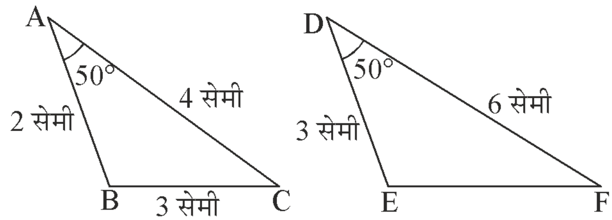
(अ) भाज्य (ब) समान (स) अभाज्य (द) सहअभाज्य

(xiii) यदि एक द्विघात बहुपद के शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः 5 व 6 हैं, तो द्विघात बहुपद है— 1

(अ) $x^2 + 5x + 6$ (ब) $x^2 + 6x + 5$ (स) $x^2 - 6x + 5$ (द) $x^2 - 5x + 6$

(xiv) k के किस मान के लिए समीकरण युग्म $x + y - 4 = 0$, $2x + ky - 3 = 0$ का कोई हल नहीं होगा? 1

(अ) 0 (ब) 2 (स) 6 (द) 8

(xv) 

दिए गए चित्र में AB = 2 सेमी, $\angle A = 50°$, AC = 4 सेमी, DE = 3 सेमी, $\angle D = 50°$ और DF = 6 सेमी है। यदि BC = 3 सेमी हो, तो EF का माप है— 1

(अ) 4.5 सेमी (ब) 6 सेमी (स) 8 सेमी (द) 5 सेमी

(xvi) sin2A = 2 sinA तब सत्य होता है, जबकि A बराबर है— 1

(अ) 0° (ब) 30° (स) 45° (द) 90°

(xvii) यदि $\cos A = \frac{12}{13}$ है, तो sinA का मान है— 1

(अ) $\frac{13}{12}$ (ब) $\frac{5}{12}$ (स) $\frac{5}{13}$ (द) $\frac{13}{5}$

(xviii) एक घड़ी की मिनट की सुई द्वारा 5 मिनट में केन्द्र पर अन्तरित कोण है— 1

(अ) 30° (ब) 60° (स) $2\frac{1}{2}^{\circ}$ (द) 10°

2. निम्नलिखित प्रश्नों (i से vi) में रिक्त स्थानों की पूर्ति करते हुए उत्तर-पुस्तिका में लिखिए।

(Fill in the blanks in the following questions (i to vi) and write them in the answer-book.)

(i) यदि 18, a, 10 समान्तर श्रेढ़ी में है, तो a = ...। 1

(ii) बिन्दु P(7, –3) और बिन्दु Q(3, 9) के मध्य बिन्दु के निर्देशांक .... हैं। 1

(iii) sin60° cosec60° + cos30° sec30° का मान .... है। 1

(iv) एक ठोस अर्धगोले का व्यास 14 सेमी है, तो इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल .... है। 1

(v) बंटन 1, 4, 5, 6, 4, 7, 9, 2, 4, 3, 5 का बहुलक .... है। 1

(vi) किसी वर्ग अन्तराल के लिए वर्ग चिन्ह 17 है। यदि उपरि वर्ग सीमा 24 है, तो निचली वर्ग सीमा .... है। 1

3. अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न (i से xii) [Very Short Answer Type Questions (i to xii)].

(i) यदि एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी है तथा चाप की लम्बाई 22 सेमी है, तो उस चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरित कोण ज्ञात कीजिए। 1

(ii) यदि एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 864 वर्ग सेमी है, तो इसके एक फलक का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 1

(iii) निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए। 1

x	3	5	7	9
f	6	7	5	6

(iv) एक पांसे को एक बार फेंकने पर 5 से बड़ा अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

(v) एक लम्बवृत्तीय शंकु और बेलन समान त्रिज्या और समान ऊँचाई के हैं। यदि शंकु का आयतन 66 घन सेमी है, तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए। 1

(vi) निम्न आँकड़ों का माध्यक ज्ञात कीजिए।
19, 17, 25, 27, 18, 20, 29 1

(vii) दो खिलाड़ी राम और श्याम शतरंज का एक मैच खेलते हैं। यह ज्ञात है कि राम द्वारा मैच जीतने की प्रायिकता $\frac{4}{5}$ है। श्याम के जीतने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

(viii) दो घनों, जिनमें से प्रत्येक की भुजा 2 सेमी है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस घनाभ बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए। 1

(ix) प्रथम दस धनात्मक विषम प्राकृत संख्याओं का समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए। 1

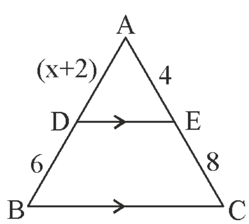
(x) एक थैले में 6 लाल व 7 सफेद गेंदें हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। निकाली गई गेंद की सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1

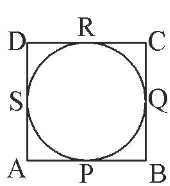
(xi) यदि एक ठोस अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 50π वर्ग सेमी है, तो उस अर्धगोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 1

(xii) यदि 5, 7, 9, 4, 3, $(x + 2)$ का समान्तर माध्य 6 हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

खण्ड-ब (SECTION-B)

लघूत्तरात्मक प्रश्न (Short Answer Type Questions) :

4. संख्या 12, 15 और 21 का अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा HCF और LCM ज्ञात कीजिए। 2
5. यदि द्विघात बहुपद $3x^2 - 5x + 9$ के शून्यक α और β हो, तो $(\alpha + \beta)$ तथा $\alpha\beta$ ज्ञात कीजिए। 2
6. विलोपन विधि का प्रयोग करके, निम्न रैखिक समीकरण युग्म के सभी संभव हल ज्ञात कीजिए: 2
$3x + 5y = 7, \quad 6x + y = -4$
7. समान्तर श्रेढ़ी 7, 13, 19, ... , 205 में पदों की संख्या ज्ञात कीजिए। 2
8. 

दी गई आकृति में $DE \parallel BC$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। 2
9. बिन्दुओं (5, 3) और (–3, –2) को मिलाने वाला रेखाखण्ड x-अक्ष द्वारा किस अनुपात में विभाजित होता है? 2
10. $4 \cot^2 45° - \sec^2 60° + \sin^2 60°$ का मान ज्ञात कीजिए। 2
11. 12 मीटर लम्बी एक सीढ़ी, एक उर्ध्वाधर दीवार के शिखर तक पहुँचती है। यदि यह सीढ़ी दीवार के साथ 60° का कोण बनाती है, तो दीवार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2
12. 

एक वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है। सिद्ध कीजिए कि AB + CD = AD + BC। 2

13. वृत्त के चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण 50° है। यदि चाप की लम्बाई 5π सेमी हो, तो उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 2

खण्ड-स (SECTION-C)

दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Type Questions)—

14. समान्तर श्रेढ़ी के प्रथम 15 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए, जिसका n वाँ पद $a_n = 3 + 2n$ है। 3

अथवा/OR

एक समान्तर श्रेढ़ी में 60 पद हैं। यदि उसका प्रथम पद तथा अंतिम पद क्रमशः 7 तथा 125 हैं, तो उसका 32वाँ पद ज्ञात कीजिए। 3

15. बिन्दुओं (4, 0) और (0, –8) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 4 बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। 3

अथवा/OR

बिन्दु A के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जहाँ AB एक वृत्त का व्यास है, जिसका केन्द्र (2, –3) है तथा B के निर्देशांक (1, 4) हैं। 3

16. सिद्ध कीजिए कि दो संकेंद्रीय वृत्तों में बड़े वृत्त की जीवा जो छोटे वृत्त को स्पर्श करती है, स्पर्श बिन्दु पर समद्विभाजित होती है। 3

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लम्बाइयाँ बराबर होती हैं। 3

17. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए। 3

x	5	6	7	8	9	10	11
f	5	8	9	12	6	6	4

अथवा/OR

यदि निम्न बंटन का माध्य 7 हो, तो P का मान ज्ञात कीजिए। 3

x	2	5	P	9	10
f	1	5	4	7	3

खण्ड-द (SECTION-D)

निबन्धात्मक प्रश्न (Essay Type Questions)—

18. दो संख्याओं के वर्गों का अन्तर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए। 4

अथवा/OR

दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए, जिनके वर्गों का योग 365 हो। 4

19. सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{1+\sin\theta} + \frac{1}{1-\sin\theta} = 2\sec^2\theta$ 4

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि $\sin^2\theta \cos\theta + \cos^3\theta + \tan\theta \sin\theta = \sec\theta$ 4

20. निम्न बारम्बारता बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए। 4

वर्ग	7 – 17	17 – 27	27 – 37	37 – 47	47 – 57	57 – 67
बारम्बारता	22	18	20	12	15	13

अथवा/OR

निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए। 4

वर्ग	2 – 11	11 – 20	20 – 29	29 – 38	38 – 47
बारम्बारता	15	16	17	12	11

गणित–कक्षा 10

अध्याय–1

वास्तविक संख्याएँ

मुख्य बिन्दु

1. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय–प्रत्येक भाज्य संख्या को अभाज्य संख्याओं के एक गुणनफल के रूप में व्यक्त (गुणनखंडित) किया जा सकता है तथा यह गुणनखण्डन अद्बितीय होता है। इस पर कोई ध्यान दिये बिना कि अभाज्य गुणनखण्ड किस क्रम में आ रहे हैं?

2. अंकगणित की आधारभूत प्रमेय का प्रयोग हम दो अनुप्रयोग में करेंगे—

(i) प्रथम अनुप्रयोग में कुछ संख्याओं जैसे—$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ और $\sqrt{5}$ आदि को अपरिमेयता सिद्ध करने में करेंगे।

(ii) किसी दी गई संख्या के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करने में करेंगे।

3. महत्तम समापवर्तक–किन्हीं दी हुई संख्याओं के सबसे बड़े समापवर्तक (Common factor) को उन संख्याओं का म.स. कहते हैं।

$\therefore$ HCF = संख्याओं में प्रत्येक उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखण्ड की सबसे छोटी घात का गुणनफल।

4. लघुत्तम समापवर्त्य–दी गई संख्याओं का सबसे छोटा उभयनिष्ठ गुणज ही उनका ल.स. होता है।

$\therefore$ LCM = संख्याओं में सम्बद्ध प्रत्येक अभाज्य गुणनखण्ड की सबसे बड़ी घात का गुणनफल।

5. दो संख्याओं के म.स. तथा ल.स. में संबंध–दो संख्याओं के म.स. तथा ल.स. का गुणनफल उन संख्याओं के गुणनफल के बराबर होता है।

अर्थात् म.स. (H.C.F.) × ल.स. (L.C.M.)
= प्रथम संख्या (a) × द्वितीय संख्या (b)

या $\boxed{\text{H.C.F.} \times \text{L.C.M.} = a \times b}$

6. इस मुख्य सम्बन्ध की सहायता से निम्नांकित सम्बन्ध भी लिखे जा सकते हैं–

(i) H.C.F. = $\frac{a \times b}{\text{L.C.M.}}$ (ii) L.C.M. = $\frac{a \times b}{\text{H.C.F.}}$

(iii) $a = \frac{\text{H.C.F.} \times \text{L.C.M.}}{b}$ (iv) $b = \frac{\text{H.C.F.} \times \text{L.C.M.}}{a}$

7. किसी परिमेय संख्या, माना कि $\frac{p}{q}$ ($q \neq 0$) का दशमलव प्रसार कब सांत होता है तथा कब असांत आवर्ती होता है। ऐसा हम $\frac{p}{q}$ का हर q के अभाज्य गुणनखण्ड देखकर ज्ञात करते हैं।

8. एक संख्या 'S' अपरिमेय संख्या कहलाती है, यदि उसे $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है। जैसे—$\sqrt{2}$, $\sqrt{15}$, $\sqrt{15}\pi$, $\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, 0.10110111011110 इत्यादि

9. यदि p कोई अभाज्य संख्या है और p, a^2 को विभाजित करता है तो p, a को भी विभाजित करेगा, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।

अपरिमेय संख्याएँ–ऐसी संख्याएँ जिनके दशमलव प्रसार असांत अनावर्ती होते हैं, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

उदाहरण– $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \pi$ आदि।

10. एक परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का योग या अन्तर एक अपरिमेय संख्या होती है।

11. एक शून्येतर परिमेय संख्या और एक अपरिमेय संख्या का गुणनफल या भागफल एक अपरिमेय संख्या होती है।

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न

प्रश्नावली 1.1

1. निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए–

(i) 140 (ii) 156 (iii) 3825
(iv) 5005 (प्रश्न बैंक) (v) 7429

हल– (i) 140 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 2 \times 70$
$= 2 \times 2 \times 35$
$= 2 \times 2 \times 5 \times 7$
$= 2^2 \times 5 \times 7$ **उत्तर**

(ii) 156 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 2 \times 78$
$= 2 \times 2 \times 39$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 13$
$= 2^2 \times 3 \times 13$ **उत्तर**

(iii) 3825 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 3 \times 1275$
$= 3 \times 3 \times 425$
$= 3 \times 3 \times 5 \times 85$
$= 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$
$= 3^2 \times 5^2 \times 17$ **उत्तर**

(iv) 5005 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 5 \times 1001$
$= 5 \times 7 \times 143$
$= 5 \times 7 \times 11 \times 13$ **उत्तर**

(v) 7429 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 17 \times 437$
$= 17 \times 19 \times 23$ **उत्तर**

2. पूर्णांकों के निम्नलिखित युग्मों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = HCF × LCM है।

(i) 26 और 91 (ii) 510 और 92
(iii) 336 और 54 (प्रश्न बैंक)

हल– (i) 26 और 91

26 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 13$
91 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 7 \times 13$
$\therefore$ 26 और 91 का LCM $= 2 \times 7 \times 13 = 182$
तथा 26 और 91 का HCF = 13

सत्यापन–HCF (26, 91) × LCM (26, 91)
$= 13 \times 182$
$= 13 \times 2 \times 91$
$= 26 \times 91$
= दी गई संख्याओं का गुणनफल

(ii) 510 और 92

510 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 2 \times 255$
$= 2 \times 3 \times 85$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 17$

तथा 92 के अभाज्य गुणनखण्ड
$= 2 \times 46$
$= 2 \times 2 \times 23$
$= 2^2 \times 23$

LCM (510, 92) $= 2^2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23$
$= 23460$

तथा HCF (510, 92) = 2

सत्यापन–HCF (510, 92) × LCM (510, 92)
$= 2 \times 23460$
$= 2 \times 2^2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23$
$= 2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 2^2 \times 23$
$= 510 \times 92$
= दी गई संख्याओं का गुणनफल

(iii) 336 और 54

336 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 168$
$= 2 \times 2 \times 84$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 42$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 21$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$
$= 2^4 \times 3 \times 7$

54 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 27$
$= 2 \times 3 \times 9$

$= 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2 \times 3^3$

$\therefore$ HCF (336, 54) $= 2 \times 3 = 6$

LCM $= 2^4 \times 3^3 \times 7$

$= 3024$

सत्यापन–HCF (336, 54)× LCM (336, 54)

$= 6 \times 3024$

$= 2 \times 3 \times 2^4 \times 3^3 \times 7$

$= 2^4 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3^3$

$= 336 \times 54$

= दी गई संख्याओं का गुणनफल

3. अभाज्य गुणनखण्डन विधि द्वारा निम्नलिखित पूर्णांकों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए–

(i) 12, 15 और 21

(माध्य. शिक्षा बोर्ड, 2025; प्रश्न बैंक)

(ii) 17, 23 और 29

(iii) 8, 9 और 25

हल– (i) 12, 15 और 21

12 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 3$

$= 2^2 \times 3$

15 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 3 \times 5$

21 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 3 \times 7$

$\therefore$ LCM (12, 15 और 21)

$= 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ **उत्तर**

तथा HCF (12, 15 और 21) = 3 **उत्तर**

(ii) 17, 23 और 29

17 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 1 \times 17$

23 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 1 \times 23$

29 के अभाज्य गुणनखण्ड $= 1 \times 29$

$\therefore$ LCM (17, 23 और 29)

$= 17 \times 23 \times 29$

$= 11339$ **उत्तर**

तथा HCF (17, 23 और 29) = 1 **उत्तर**

(iii) 8, 9 और 25

8 के अभाज्य गुणनखण्ड

$= 2 \times 2 \times 2 = (2)^3 \times 1$

9 के अभाज्य गुणनखण्ड

$= 3 \times 3 = (3)^2 \times 1$

25 के अभाज्य गुणनखण्ड

$= 5 \times 5 = (5)^2 \times 1$

$\therefore$ LCM (8, 9 और 25) $= (2)^3 \times (3)^2 \times (5)^2$

$= 8 \times 9 \times 25$

$= 1800$ **उत्तर**

तथा HCF (8, 9 और 25) = 1 **उत्तर**

4. HCF (306, 657) = 9 दिया है। LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए। (प्रश्न बैंक)

हल– प्रश्नानुसार संख्याएँ 306 व 657 हैं।

$\therefore$ $a = 306$, $b = 657$ और H.C.F. = 9 दिया है।

हम जानते हैं कि

$$\text{L.C.M.} = \frac{a \times b}{\text{H.C.F.}}$$

$$= \frac{306 \times 657}{9}$$

$= 34 \times 657 = 22338$

अतः L.C.M. (306, 657) = 22338 **उत्तर**

5. जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए, संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त हो सकती है।

हल–माना कि किसी प्राकृत संख्या n के लिए, $n \in N$, 6^n अंक 0 पर समाप्त होती है अतः 6^n, 5 से विभाज्य होगी।

परन्तु 6 के अभाज्य गुणनखण्ड $6 = 2 \times 3$

$\therefore$ $(6)^n$ के अभाज्य गुणनखण्ड $(6)^n = (2 \times 3)^n$ होंगे।

अर्थात् यह स्पष्ट हो रहा है कि 6^n के अभाज्य गुणनखण्डों में 5 का कोई स्थान नहीं है।

$\therefore$ 6^n का कोई गुणनखण्ड 5 नहीं हो सकता है अर्थात् संख्या 6^n अंक शून्य पर समाप्त नहीं हो सकती है।

6. व्याख्या कीजिए कि $7 \times 11 \times 13 + 13$ और $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं?

हल–प्रश्नानुसार $7 \times 11 \times 13 + 13$

$= 13\ (7 \times 11 + 1)$

चूँकि इस प्राप्त संख्या का एक गुणनखण्ड 13 है अतः यह एक भाज्य संख्या है। पुनः प्रश्नानुसार

$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$

$= 5\ (7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 1)$

यह प्राप्त संख्या भी एक भाज्य संख्या है क्योंकि इसका भी एक गुणनखण्ड 5 है। अतः दी गई दोनों संख्याएँ भाज्य संख्याएँ हैं।

7. किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में सोनिया को 18 मिनट लगते हैं, जबकि इसी मैदान का एक चक्कर लगाने में रवि को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारम्भ करके एक ही दिशा में चलते हैं। कितने समय बाद वे पुनः प्रारम्भिक स्थान पर मिलेंगे? (प्रश्न बैंक)

हल–सोनिया द्वारा वृत्ताकार मैदान का 1 चक्कर लगाने का समय = 18 मिनट

रवि द्वारा उसी मैदान का एक चक्कर लगाने में लगा समय = 12 मिनट