नई राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 के तहत सत्र 2023-24 से पाठ्यपुस्तकों को पुनर्संयोजित किया गया है। यह संजीव पास बुक्स पूर्णतः नवीन पुनर्संयोजित पाठ्यपुस्तक पर आधारित है।

पास बुक्स में नं. 1

संजीव®

पास बुक्स

गणित-IX

(कक्षा 9 के विद्यार्थियों के लिए
नवीनतम पाठ्यक्रमानुसार)

- पाठ्यपुस्तक के सभी अभ्यास प्रश्नों का हल
- सभी प्रकार के अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नों का समावेश
- योग्य एवं अनुभवी लेखकों द्वारा लिखित
- प्रथम श्रेणी प्राप्त करने के लिए पूर्ण सामग्री

संजीव प्रकाशन,
जयपुर

मूल्य : ₹ 260/-

प्रकाशक :
संजीव प्रकाशन
धामाणी मार्केट, चौड़ा रास्ता,
जयपुर-3
email : sanjeevprakashanjaipur@gmail.com
website : www.sanjivprakashan.com

मूल्य : ₹ 260.00

लेजर टाइपसैटिंग :
संजीव प्रकाशन (D.T.P. Department),
जयपुर

मुद्रक :
ओम प्रिन्टर्स, जयपुर
★ ★ ★ ★

सूचना–

इस पुस्तक में त्रुटियों को दूर करने का हर संभव प्रयास किया गया है। किसी भी त्रुटि के पाये जाने पर अथवा किसी भी तरह के सुझाव के लिए आप हमें निम्न पते पर email या पत्र भेजकर सूचित कर सकते हैं–

email : sanjeevprakashanjaipur@gmail.com
पता : प्रकाशन विभाग
संजीव प्रकाशन
धामाणी मार्केट, चौड़ा रास्ता,
जयपुर

आपके द्वारा भेजे गये सुझावों से अगला संस्करण और बेहतर हो सकेगा।
यद्यपि इस पुस्तक को प्रकाशित करने में सभी सावधानियों का पालन किया गया है तथापि किसी भी गलती के लिए प्रकाशक या मुद्रक उत्तरदायी नहीं होंगे।

विषय-सूची

गणित कक्षा-IX

1. संख्या पद्धति

मुख्य बिन्दु

(1) संख्याओं 1, 2, 3, ... ∞ (अनन्त) तक, जो कि प्राकृत संख्याएँ होती हैं, को N (Natural Numbers) से प्रदर्शित किया जाता है।

(2) यदि प्राकृत संख्याओं 1, 2, 3, ... ∞ (अनन्त) तक में शून्य भी मिला दिया जाये अर्थात् 0, 1, 2, 3, ... ∞ (अनन्त) हो तो इन्हें पूर्ण संख्याएँ कहते हैं। जिन्हें W (Whole Numbers) से प्रदर्शित करते हैं।

(3) यदि पूर्ण संख्याओं के संग्रह में ऋणात्मक संख्याएँ भी सम्मिलित हों, अर्थात् ..... – 3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, ... तो यह नया संग्रह पूर्णांकों का संग्रह कहलाएगा जिसे Z या I से लिखते हैं।

(4) समस्त ऐसी संख्याएँ जिनमें अंश व हर हो अर्थात् $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{-2005}{2006}$ आदि प्रकार की संख्याएँ परिमेय संख्याओं का संग्रह कहलाता है। परिमेय संख्याओं का संग्रह Q के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

(5) संख्या r को परिमेय संख्या कहा जाता है, यदि इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता हो, यहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

(6) परिमेय संख्या धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य हो सकती है। परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ धनात्मक होती है, यदि p तथा q के समान चिह्न हों तथा वे ऋणात्मक होती हैं, यदि उनके चिह्न विपरीत हों। जैसे $\frac{2}{3}, \frac{-2}{-3}$ धनात्मक हैं जबकि $\frac{2}{-3}$ एवं $\frac{-2}{3}$ ऋणात्मक है।

(7) प्रत्येक पूर्णांक एक परिमेय संख्या होती है परन्तु प्रत्येक परिमेय संख्या एक पूर्णांक हो, यह सत्य नहीं है। जैसे $2 = \frac{2}{1}$, $3 = \frac{3}{1}$ परिमेय हैं जबकि $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ पूर्णांक नहीं है।

(8) प्रत्येक प्राकृत संख्या, प्रत्येक पूर्णांक तथा प्रत्येक भिन्न संख्या परिमेय संख्या होती है। शून्य (0) भी एक परिमेय संख्या है।

(9) यदि किसी परिमेय संख्या के अंश और हर को समान संख्या में गुणा या भाग किया जाए तो परिमेय संख्या का मान नहीं बदलता है।

(10) दो संख्याओं के मध्य परिमेय संख्या ज्ञात करना–

$$\text{दो संख्याओं के मध्य संख्या} = \frac{\text{पहली संख्या} + \text{दूसरी संख्या}}{2}$$

(11) संख्या s को अपरिमेय संख्या कहा जाता है, यदि इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में न लिखा जा सकता हो, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$ है।

(12) किन्हीं दो दी गई परिमेय संख्याओं के मध्य अपरिमित रूप से अनेक परिमेय संख्याएँ होती हैं।

(13) एक परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार या तो सांत होता है या अनवसानी आवर्ती होता है। साथ ही वह संख्या, जिसका दशमलव प्रसार सांत या अनवसानी आवर्ती है, परिमेय होती है।

(14) एक अपरिमेय संख्या का दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती होता है। साथ ही वह संख्या, जिसका दशमलव प्रसार अनवसानी अनावर्ती है, अपरिमेय होती है।

(15) **सांत दशमलव संख्या**–जब किसी परिमेय संख्या का हर 2 या 5 या दोनों की घात में हो तो ऐसी परिमेय संख्याओं से सांत दशमलव प्राप्त होता है। अर्थात् जब किसी परिमेय संख्या को भाग विधि से दशमलव में बदलने के लिए अंश में हर का भाग देने पर कुछ चरणों के बाद शेषफल शून्य प्राप्त हो जाता है तो वह संख्या सांत दशमलव कहलाती है। जैसे- $\frac{1}{2}=0.5,\ \frac{3}{4}=0.75$ आदि।

(16) **असांत दशमलव या अनवसानी आवर्ती संख्या**–जब किसी परिमेय संख्या के मानक रूप के हर में 2 या 5 की घात के अतिरिक्त अन्य कोई प्राकृत संख्या हो, अर्थात् परिमेय संख्या को दशमलव संख्या में बदलते समय भाग क्रिया यदि निरन्तर चलती रहे या कुछ न कुछ शेषफल आता रहे, तो वह संख्या असांत दशमलव या अनवसानी आवर्ती संख्या कहलाती है। असांत दशमलव संख्या को संक्षिप्त रूप में लिखने के लिए पुनरावृत्ति वाले अंकों के ऊपर (—) रेखा खींचते हैं।

जैसे- $\frac{4}{11}=0.36363636\ldots\ldots\ldots\ldots=0.\overline{36}$

$\frac{1}{9}=0.1111111111\ldots\ldots\ldots\ldots=0.\overline{1}$

(17) एक संख्या जो परिमेय संख्या नहीं है, अपरिमेय संख्या कहलाती है। या एक ऐसी संख्या जिसे $\frac{p}{q}$, (जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता, अपरिमेय संख्या कहलाती है, जैसे $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ आदि अपरिमेय संख्याएँ हैं।

(18) एक संख्या अपरिमेय संख्या होती है, यदि इसका दशमलव प्रसार या निरूपण अनवसानी अनावर्ती होता है। जैसे π और e अनवसानी अनावर्ती दशमलव हैं अत: π और e अपरिमेय संख्याएँ हैं। अन्य अपरिमेय संख्याएँ $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{7}\ldots\ldots\ldots$ इत्यादि भी हैं। यहाँ

$\sqrt{2}=1.41421356\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\sqrt{3}=1.732050807\ldots\ldots\ldots\ldots$

(19) समस्त परिमेय और अपरिमेय संख्याओं को एक साथ लेने पर वास्तविक संख्याओं का संग्रह प्राप्त होता है।

(20) किसी वास्तविक संख्या a के लिए,

$|a| = a$ यदि $a \geq 0$

और $|a| = -a$ यदि $a < 0$

$|a|$, संख्या a का निरपेक्ष मान कहलाता है।

(21) $|a| = |-a| = a$ जब तक a एक धनात्मक वास्तविक संख्या है।

(22) यदि r परिमेय है और s अपरिमेय है, तब $r + s$ और $r - s$ अपरिमेय संख्याएँ होती हैं तथा rs और $\frac{r}{s}$ अपरिमेय संख्याएँ होती हैं यदि $r \neq 0$ हो।

(23) यदि a तथा b दो परिमेय संख्याएँ हों जो कि पूर्ण वर्ग नहीं हैं, तो अपरिमेय संख्याएँ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ और $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ एक-दूसरे के संयुग्मी कहलाते हैं। तथा

(i) दो संयुग्मी अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल सदैव एक परिमेय संख्या होती है।

(ii) द्विपदी द्विघाती अपरिमेय संख्या का सरलतम परिमेयकरण गुणनखण्ड इसका संयुग्मी होता है।

(24) धनात्मक वास्तविक संख्याओं a और b के सम्बन्ध में निम्नलिखित सर्वसमिकाएँ लागू होती हैं–

(i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ (ii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

(iii) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = a-b$ (iv) $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2-b$

(v) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2 = a+2\sqrt{ab}+b$

(25) $\frac{1}{\sqrt{a}+b}$ के हर का परिमेयीकरण करने के लिए इसे हम $\frac{\sqrt{a}-b}{\sqrt{a}-b}$ से गुणा करते हैं, जहाँ a और b पूर्णांक हैं।

(26) मान लीजिए $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है और p और q परिमेय संख्याएँ हैं, तब

(i) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ (ii) $(a^p)^q = a^{pq}$

(iii) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ (iv) $a^p \cdot b^p = (ab)^p$

(v) $a^0 = 1, a \neq 1$ (vi) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ और $a^n = \frac{1}{a^{-n}}, a \neq 0$

(vii) $\left\{(a^m)^n\right\}^p = a^{mnp} = \left\{(a^n)^m\right\}^p = \left\{(a^p)^m\right\}^n$

(viii) $(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \ldots\ldots\ldots \times a_k)^n = a_1^n \times a_2^n \times a_3^n \times \ldots\ldots \times a_k^n$

(ix) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (x) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

(xi) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ (xii) $a^m = a^n \Rightarrow m = n$

(27) $a > 0$ एक वास्तविक संख्या है और n एक धनात्मक पूर्णांक है तब $\sqrt[n]{a} = b$ जब $b^n = a$ और $b > 0$. जैसे $\sqrt[3]{8} = 2 \Rightarrow 2^3 = 8$

(28) $\sqrt{2}, \sqrt[3]{8}, \sqrt[n]{a}$ आदि में प्रयुक्त प्रतीक "$\sqrt{\ }$" को करणी चिह्न कहा जाता है।

(i) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (ii) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

(iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ (iv) $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न

प्रश्नावली 1.1

1. क्या शून्य एक परिमेय संख्या है? क्या इसे आप $\frac{p}{q}$ के रूप में लिख सकते हैं, जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$ है?

हल–हाँ, शून्य एक परिमेय संख्या है तथा इसे $\frac{p}{q}$ के रूप में निम्नानुसार लिखा जा सकता है–

$0 = \frac{0}{1}$ यहाँ $p = 0$ तथा $q = 1$

इस प्रश्न के अनुसार $\frac{p}{q}$ में q का मान शून्य को छोड़कर कोई भी संख्या हो सकती है जैसे $0 = \frac{0}{1}, \frac{0}{2}, \frac{0}{3}, \frac{0}{-1}, \frac{0}{-2}, \frac{0}{-3}$ आदि।

अतः शून्य एक परिमेय संख्या है। **उत्तर**

2. 3 और 4 के बीच में छः परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल—प्रश्नानुसार माना कि $a = 3$ तथा $b = 4$

अब 3 तथा 4 के मध्य की संख्या

$$= \frac{a+b}{2} = \frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$$

अब 3 तथा $\frac{7}{2}$ के बीच की परिमेय संख्या

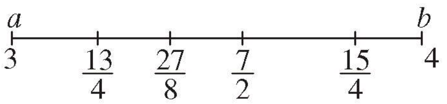
$$\frac{a+b}{2} = \frac{3+\frac{7}{2}}{2} = \frac{\frac{6+7}{2}}{2} = \frac{13}{4}$$

$\frac{7}{2}$ तथा 4 के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{7}{2}+4}{2} = \frac{\frac{7+8}{2}}{2} = \frac{15}{4}$$

अब $\frac{13}{4}$ तथा $\frac{7}{2}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{13}{4}+\frac{7}{2}}{2} = \frac{\frac{13+14}{4}}{2} = \frac{27}{8}$$



$\frac{7}{2}$ तथा $\frac{15}{4}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$\frac{a+b}{2} = \frac{\frac{7}{2}+\frac{15}{4}}{2} = \frac{\frac{14+15}{4}}{2} = \frac{29}{8}$$

अब $\frac{29}{8}$ तथा $\frac{15}{4}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{29}{8}+\frac{15}{4}}{2} = \frac{\frac{29+30}{8}}{2} = \frac{59}{16}$$

इस प्रकार 3 व 4 के बीच की छः परिमेय संख्याएँ क्रमशः $\frac{13}{4}, \frac{27}{8}, \frac{7}{2}, \frac{29}{8}, \frac{59}{16}$ व $\frac{15}{4}$ हैं। **उत्तर**

वैकल्पिक विधि—

हल—3 व 4 के बीच में छः परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने की यह भी विधि है। चूँकि हम छः संख्याएँ ज्ञात करना चाहते हैं इसलिए 6 + 1 = 7 को हर के रूप में लेकर 3 और 4 को परिमेय संख्याओं के रूप में लिखते हैं–

अर्थात् $3 = \frac{3\times 7}{1\times 7} = \frac{21}{7}$ तथा $4 = \frac{4\times 7}{1\times 7} = \frac{28}{7}$ तब 3 और 4 के बीच छः परिमेय संख्याएँ क्रमशः $\frac{22}{7}, \frac{23}{7}, \frac{24}{7}, \frac{25}{7}, \frac{26}{7}$ व $\frac{27}{7}$ होंगी। **उत्तर**

3. $\frac{3}{5}$ और $\frac{4}{5}$ के बीच पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

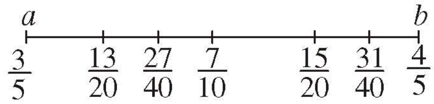
हल—प्रश्नानुसार माना कि $a = \frac{3}{5}$ तथा $b = \frac{4}{5}$

किन्हीं भी दो संख्याओं a व b के बीच की परिमेय संख्या $= \frac{a+b}{2}$

अर्थात् $\frac{\frac{3}{5}+\frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{3+4}{5}}{2} = \frac{7}{10}$

अब $\frac{3}{5}$ व $\frac{7}{10}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{3}{5}+\frac{7}{10}}{2} = \frac{\frac{6+7}{10}}{2} = \frac{13}{20}$$



$\frac{7}{10}$ तथा $\frac{4}{5}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{7}{10}+\frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{7+8}{10}}{2} = \frac{15}{20}$$

$\frac{13}{20}$ तथा $\frac{7}{10}$ के बीच की परिमेय संख्या

$$= \frac{\frac{13}{20}+\frac{7}{10}}{2} = \frac{\frac{13+14}{20}}{2} = \frac{27}{40}$$

$\frac{15}{20}$ तथा $\frac{4}{5}$ के बीच की परिमेय संख्या